

# Ordenamiento

Ordenar una estructura de datos consiste en reacomodar sus elementos de manera tal que queden ordenados de acuerdo a un atributo **clave**.

Los algoritmos de ordenamiento resultan un tema de interés por varios motivos:

- Son importantes en diversas aplicaciones, en particular en el área de Bases de Datos, en donde los requerimientos de eficiencia hacen del ordenamiento un tema crítico.
- Existen muchísimos métodos para resolver el mismo problema y por lo tanto es un tema interesante para introducir nociones de **tiempo de ejecución** y **eficiencia**.
- Permiten ilustrar temas importantes de Resolución de Problemas.

# Merge Sort

El método Merge Sort consiste en partir una estructura en mitades, ordenar cada mitad y luego intercalar ordenadamente ambas mitades.

Cada mitad se ordena aplicando el mismo método.

Dividir en “mitades”

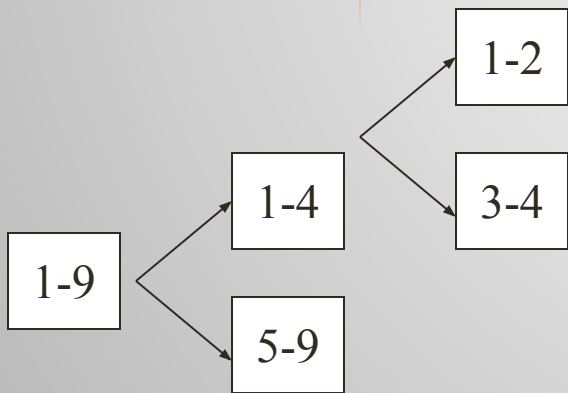
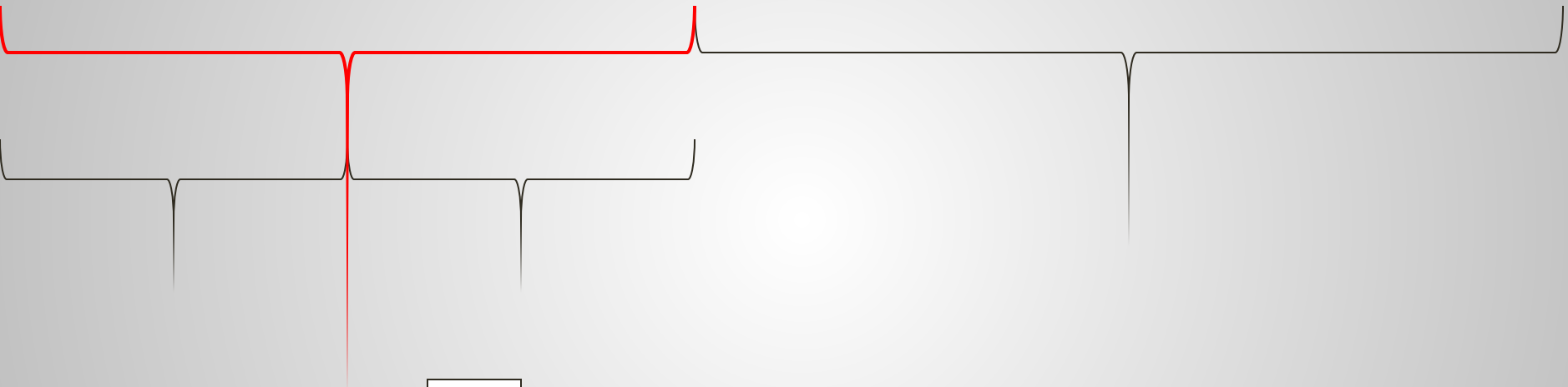
Ordenar la primera mitad

Ordenar la segunda mitad

Intercalar las mitades ordenadas

# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>7</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>9</b>	<b>5</b>	<b>11</b>	<b>9</b>	<b>1</b>	<b>8</b>



# Merge Sort

si la estructura tiene más de 2 elementos

Dividir en “mitades”

Ordenar la primera mitad

Ordenar la segunda mitad

Intercalar las mitades ordenadas

sino

si la cantidad de componentes es 2

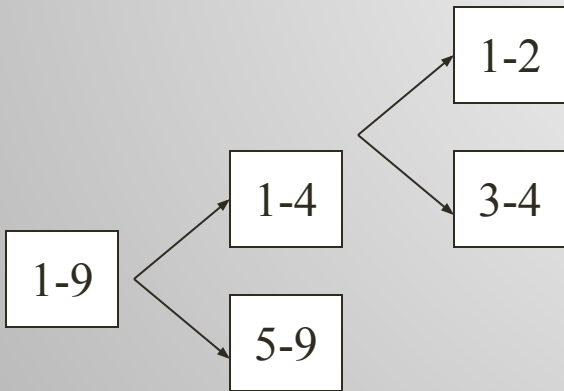
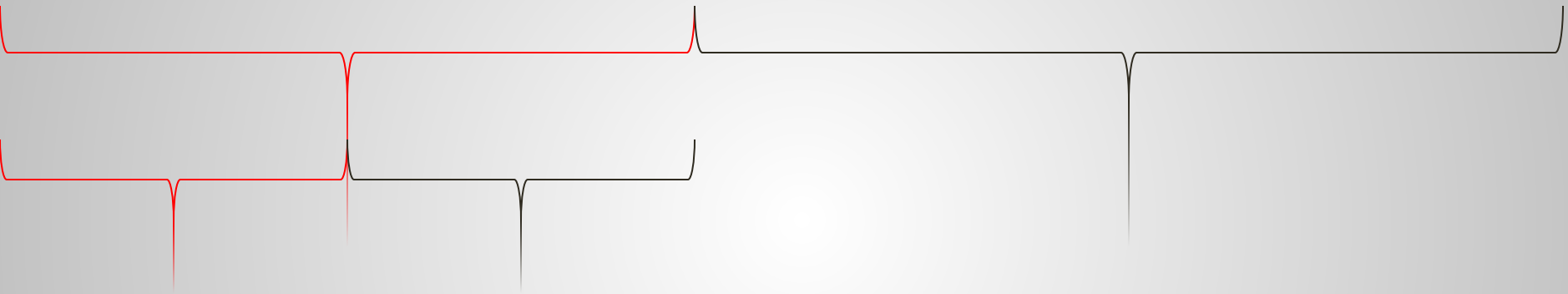
Comparar e intercambiar

Observemos que este algoritmo NO depende:

- Del lenguaje de programación
- Del tipo de componentes

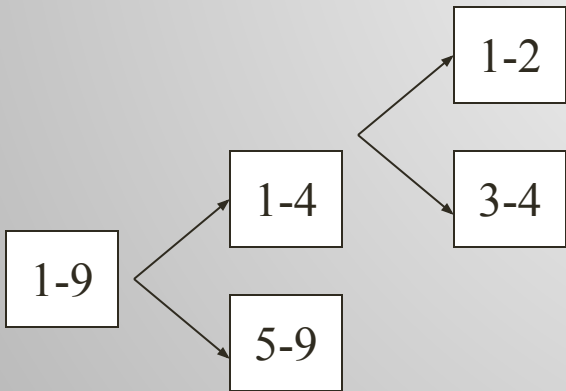
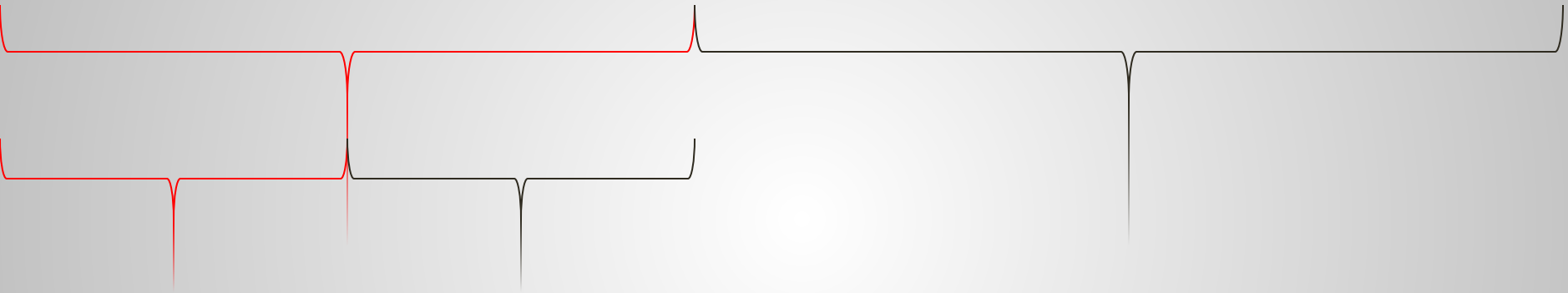
# Merge Sort

7 > 4



# Merge Sort

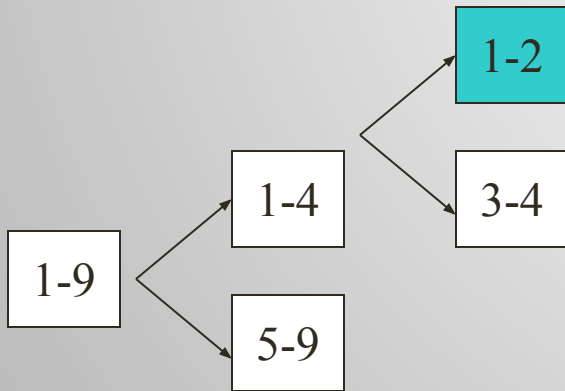
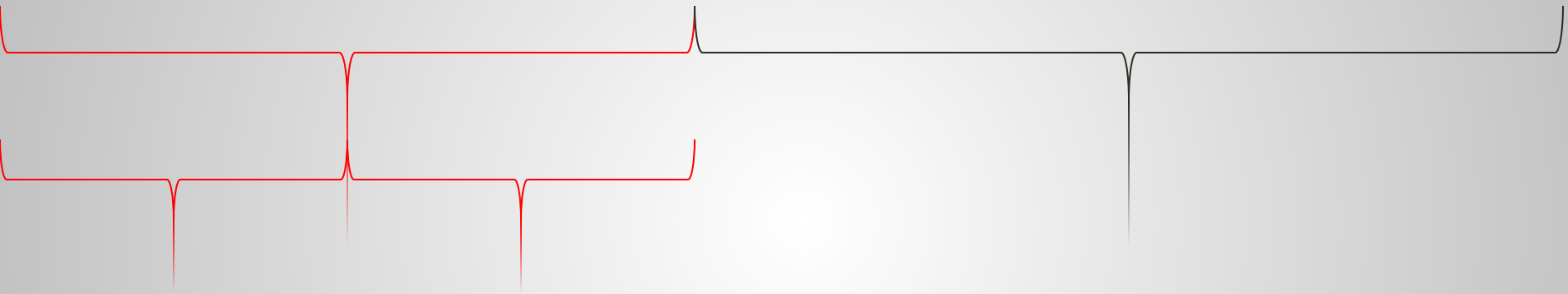
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	7	2	9	5	11	9	1	8



# Merge Sort

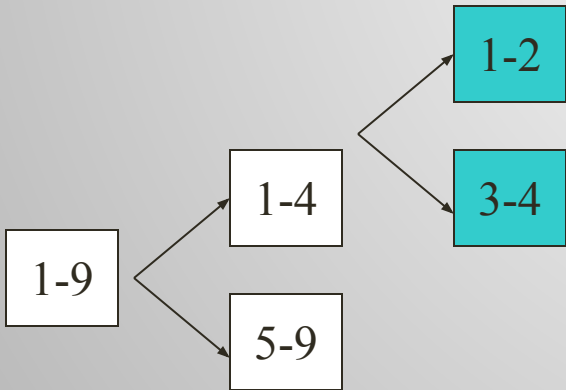
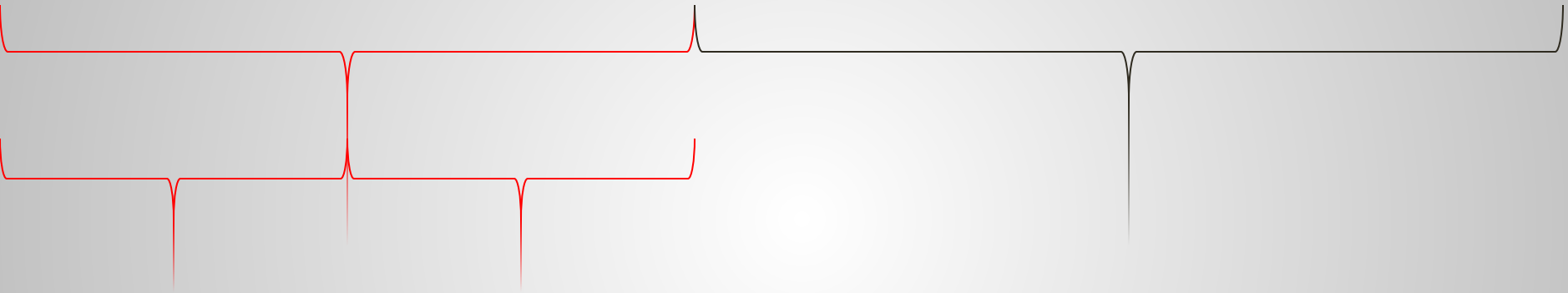
$$2 < 9$$

4	7	2	9	5	11	9	1	8
---	---	---	---	---	----	---	---	---



# Merge Sort

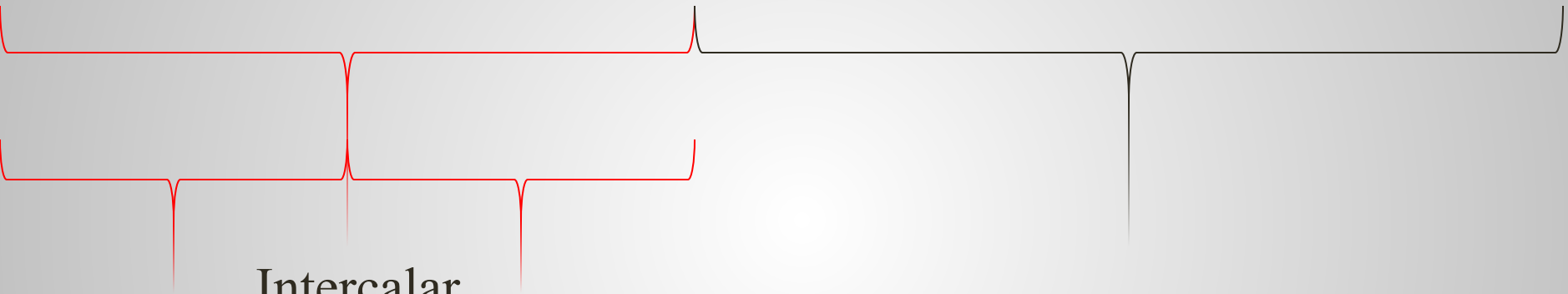
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	7	2	9	5	11	9	1	8



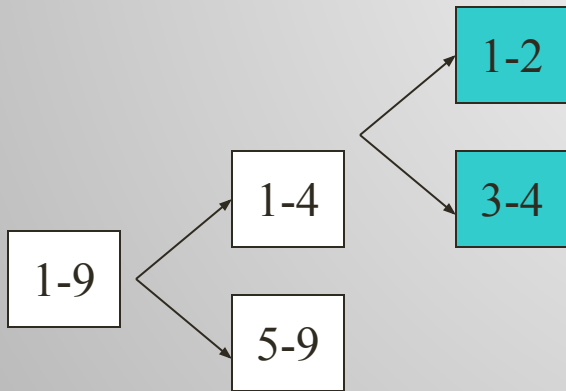


# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	7	2	9	5	11	9	1	8

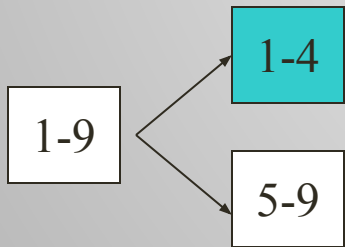
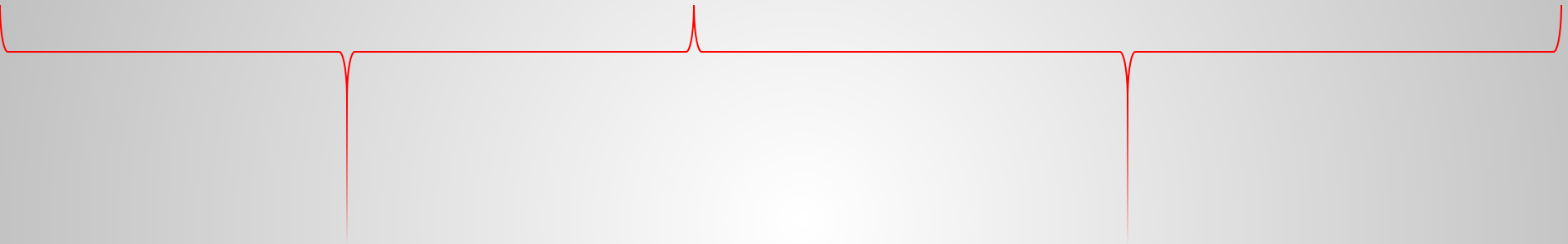


Intercalar



# Merge Sort

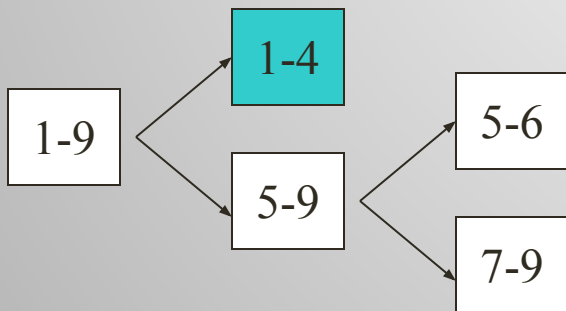
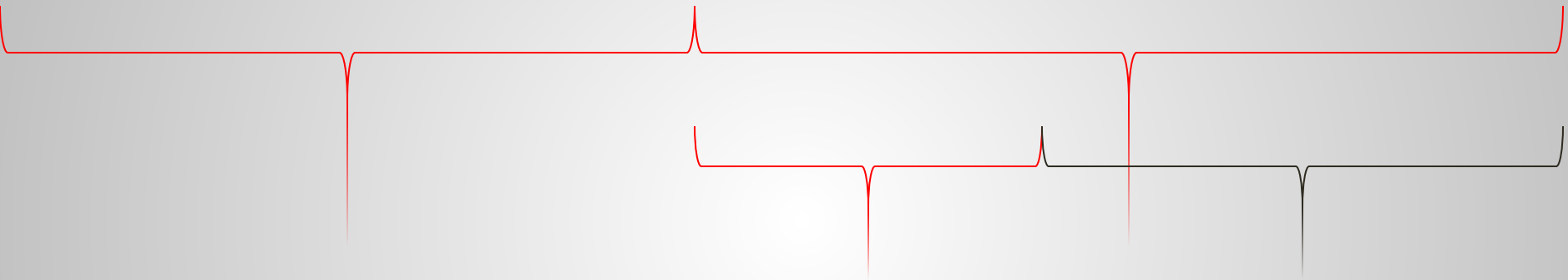
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	7	9	5	11	9	1	8



# Merge Sort

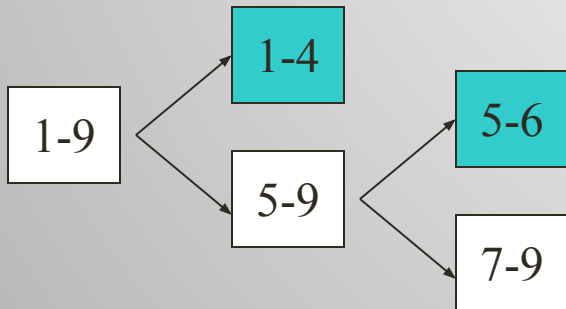
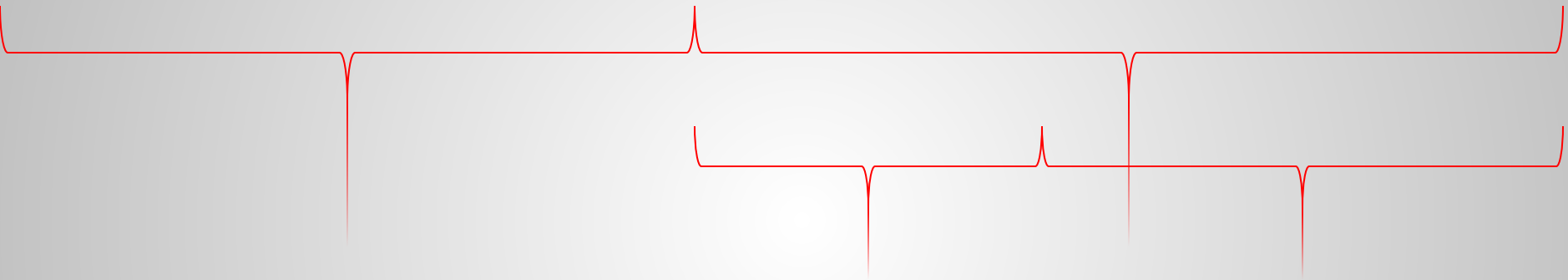
5 < 11

2	4	7	9	5	11	9	1	8
---	---	---	---	---	----	---	---	---



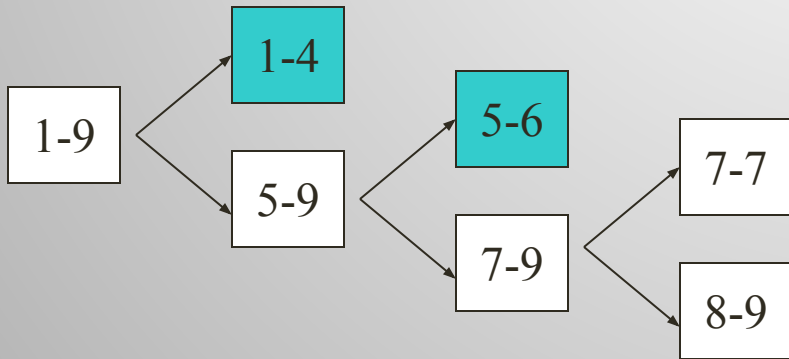
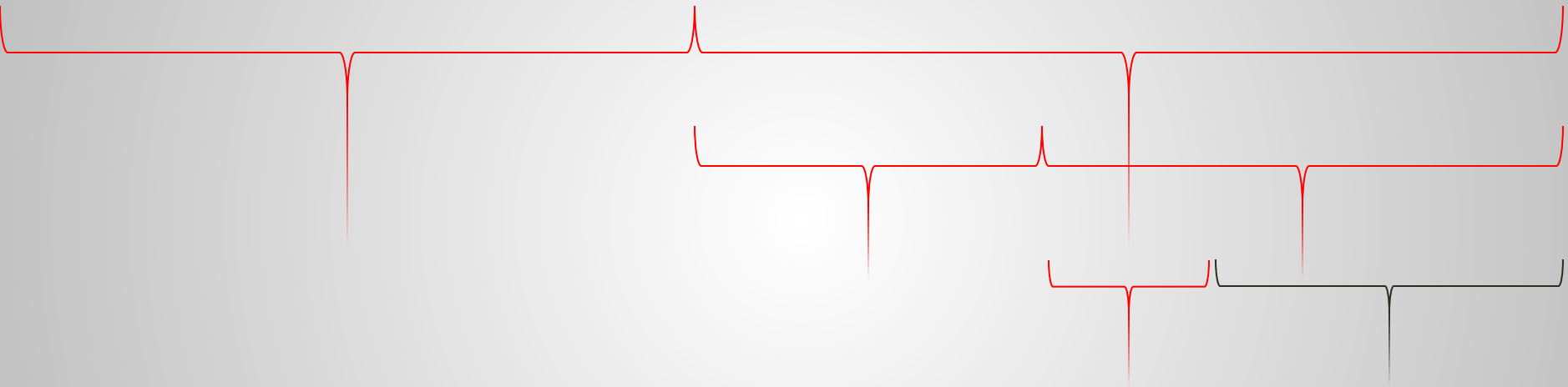
# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	7	9	5	11	9	1	8



# Merge Sort

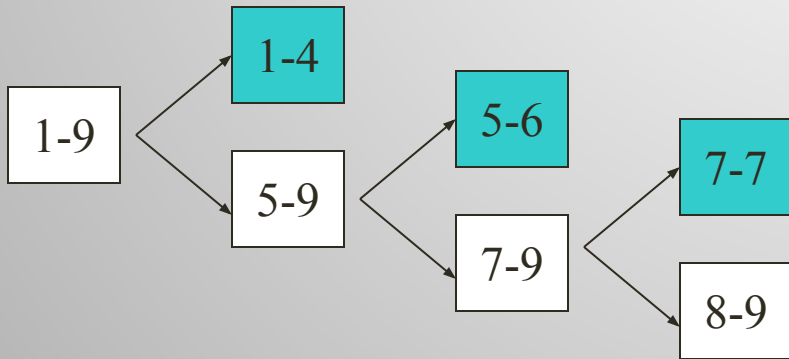
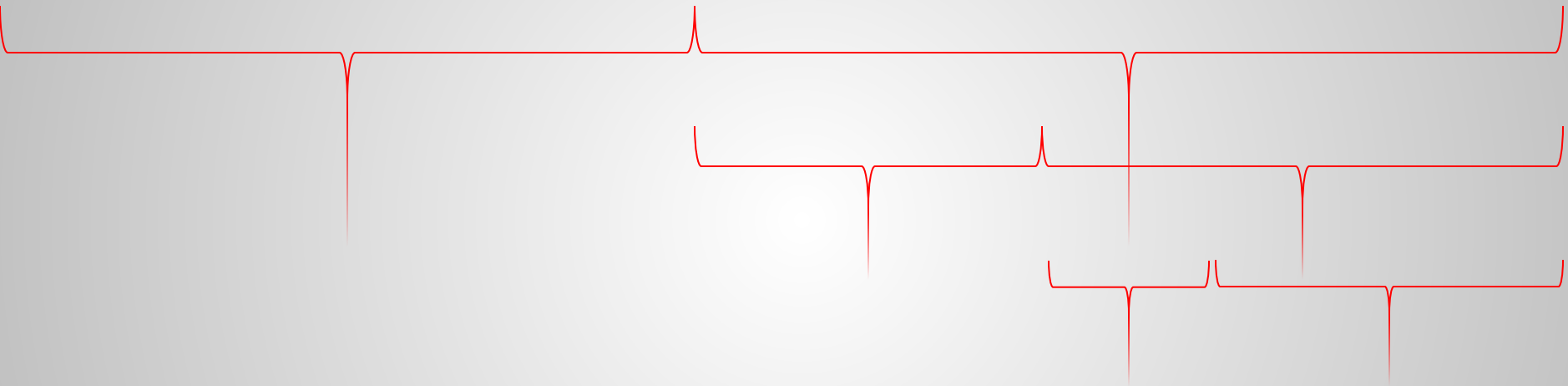
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	7	9	5	11	9	1	8



# Merge Sort

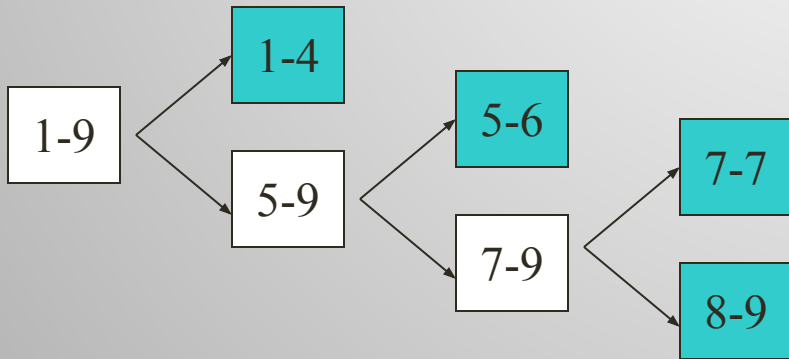
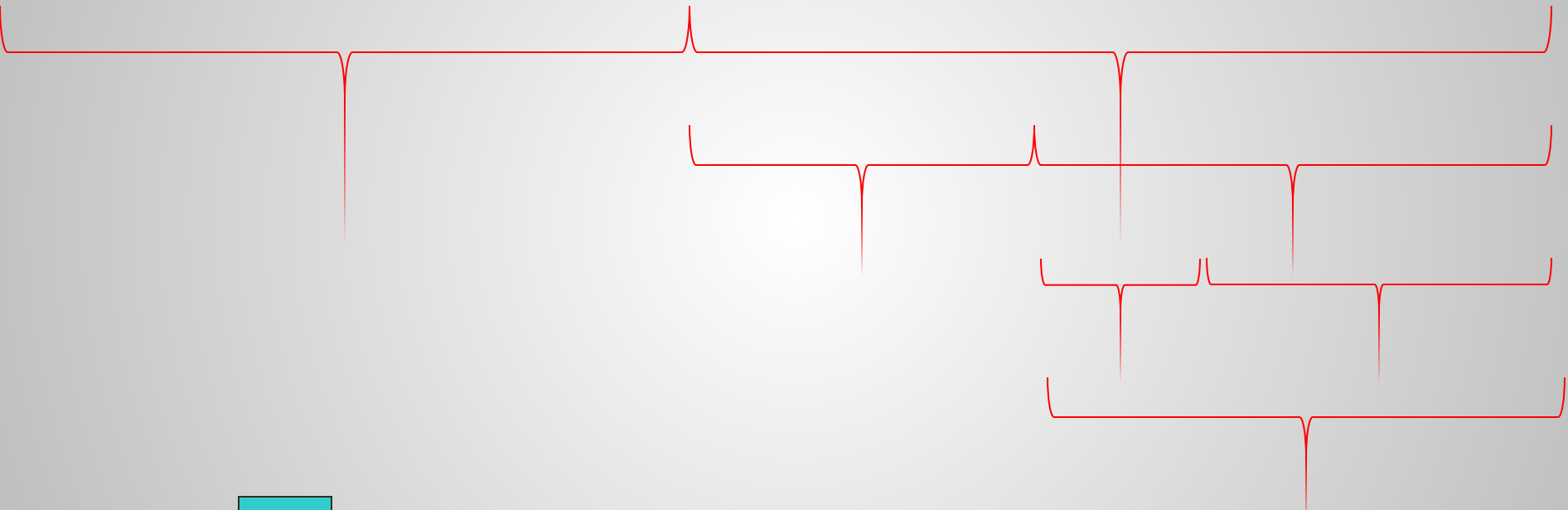
1 < 8

2	4	7	9	5	11	9	1	8
---	---	---	---	---	----	---	---	---



# Merge Sort

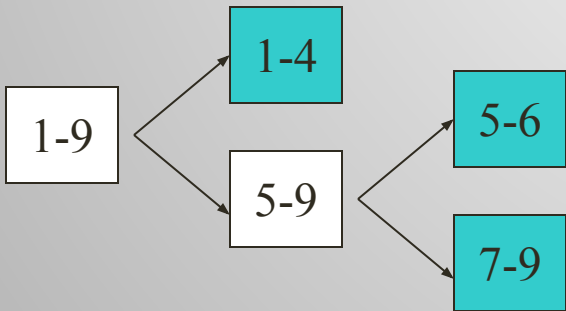
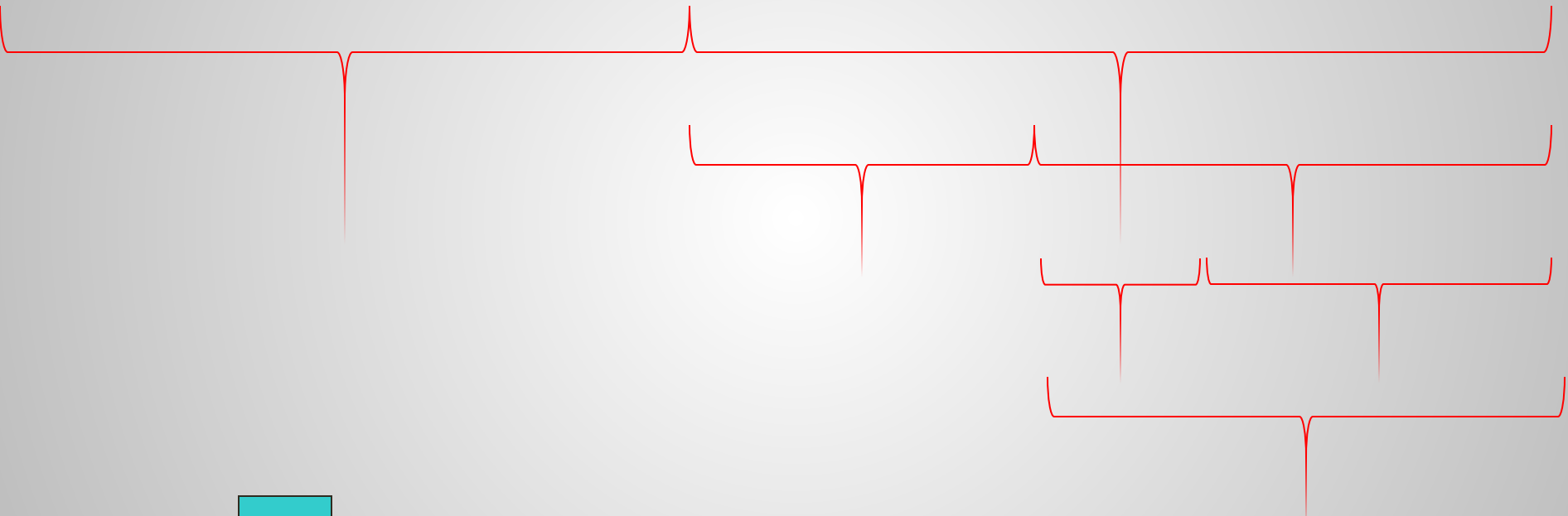
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	7	9	5	11	9	1	8



Intercalar

# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	7	9	5	11	1	8	9

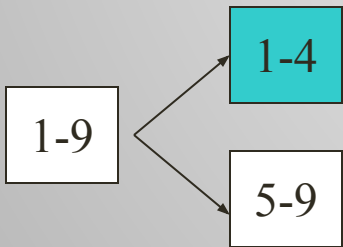
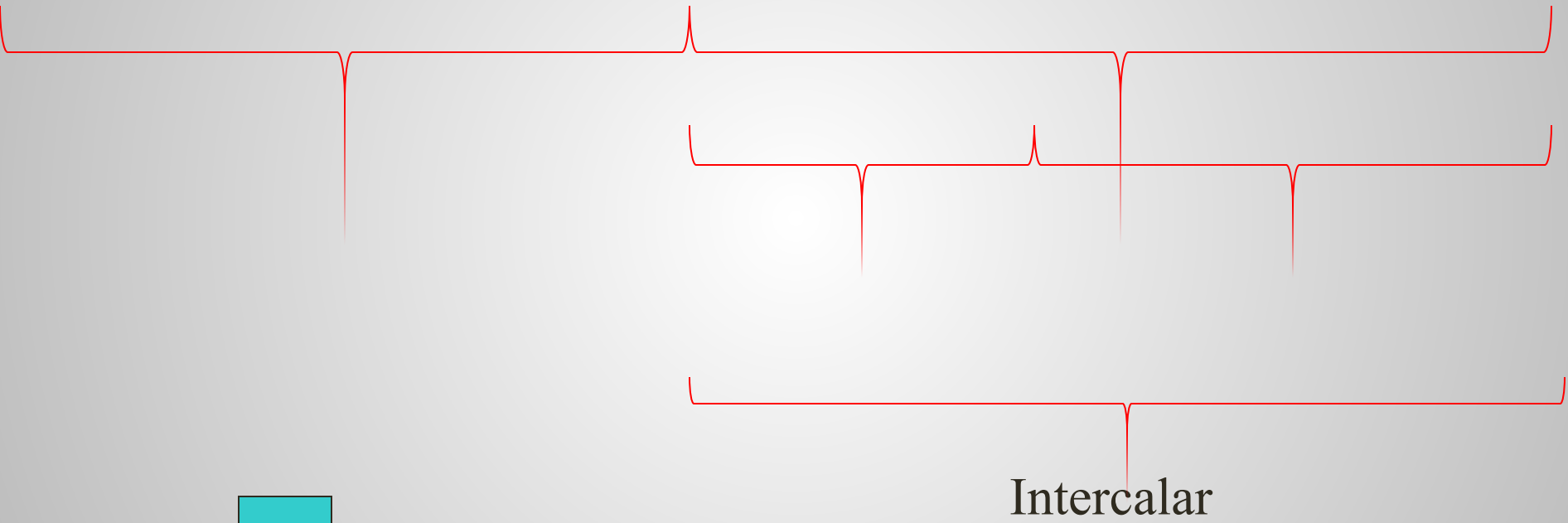


Intercalar



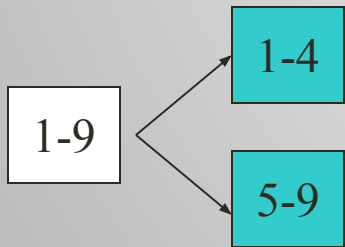
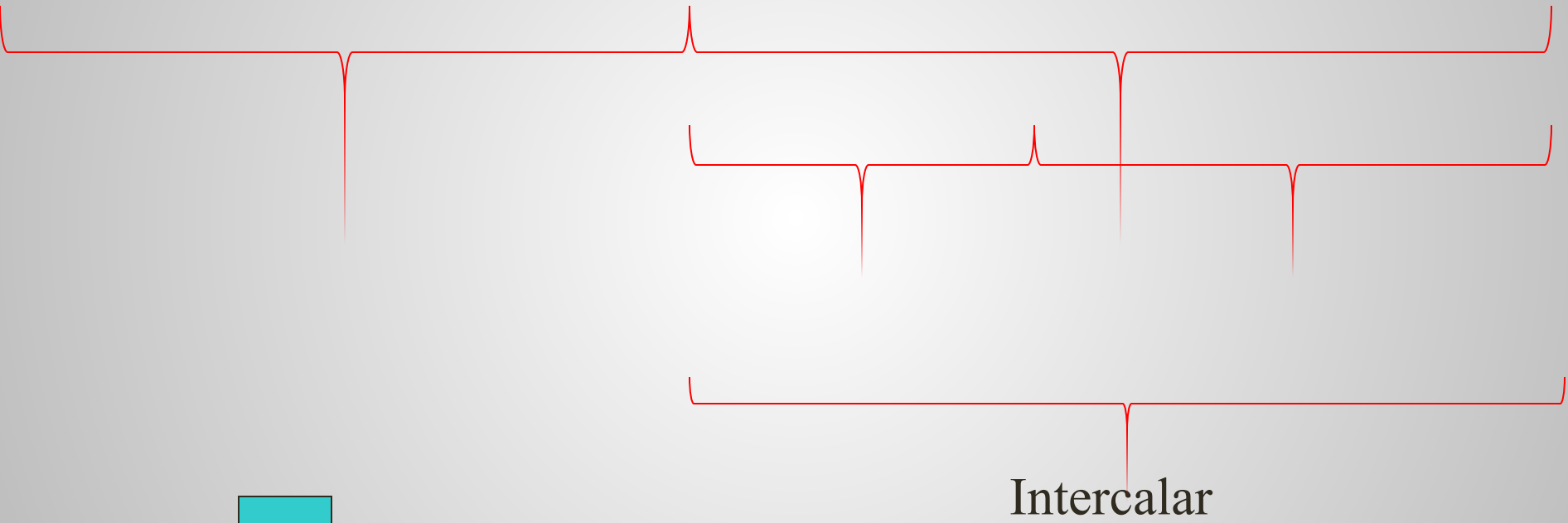
# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	7	9	5	11	1	8	9



# Merge Sort

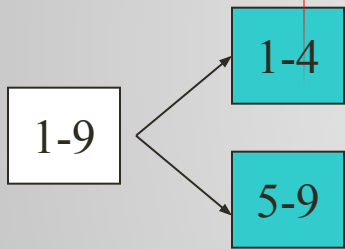
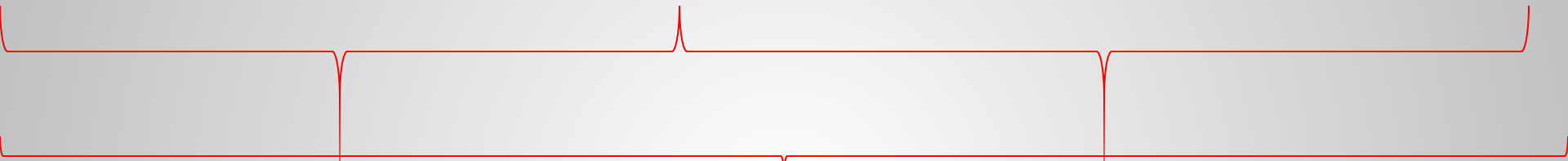
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	7	9	1	5	8	9	11



Intercalar

# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	7	9	1	5	8	9	11



Intercalar

1	2	4	5	7	8	9	9	11
---	---	---	---	---	---	---	---	----

1-9

# Merge Sort

## Algoritmo MergeSort

```
si la cantidad de componentes es menor o igual a 2
  si la cantidad de componentes es igual a 2
    Comparar Intercambiar
  sino
    Dividir en mitades
    MergeSort primera mitad
    MergeSort segunda mitad
    Intercalar las mitades ordenadas
```

# Merge Sort

## Algoritmo MergeSort

DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$   
intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino

si  $ini < fin$

Mitad =  $(ini+fin) / 2$  (redondeo)

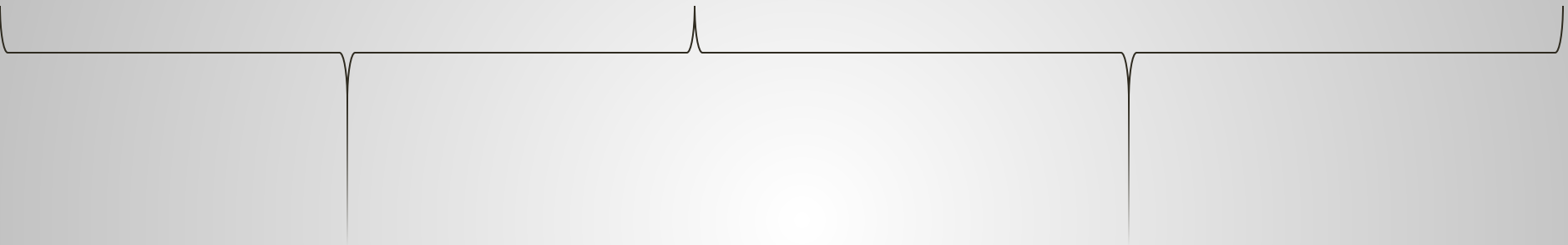
MergeSort ini,Mitad-1

MergeSort Mitad,fin

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

# Merge Sort

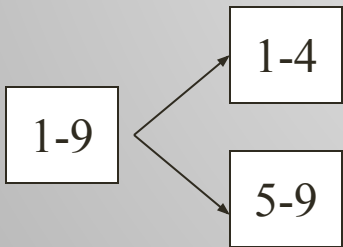
1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	4	2	9	5	11	9	1	8



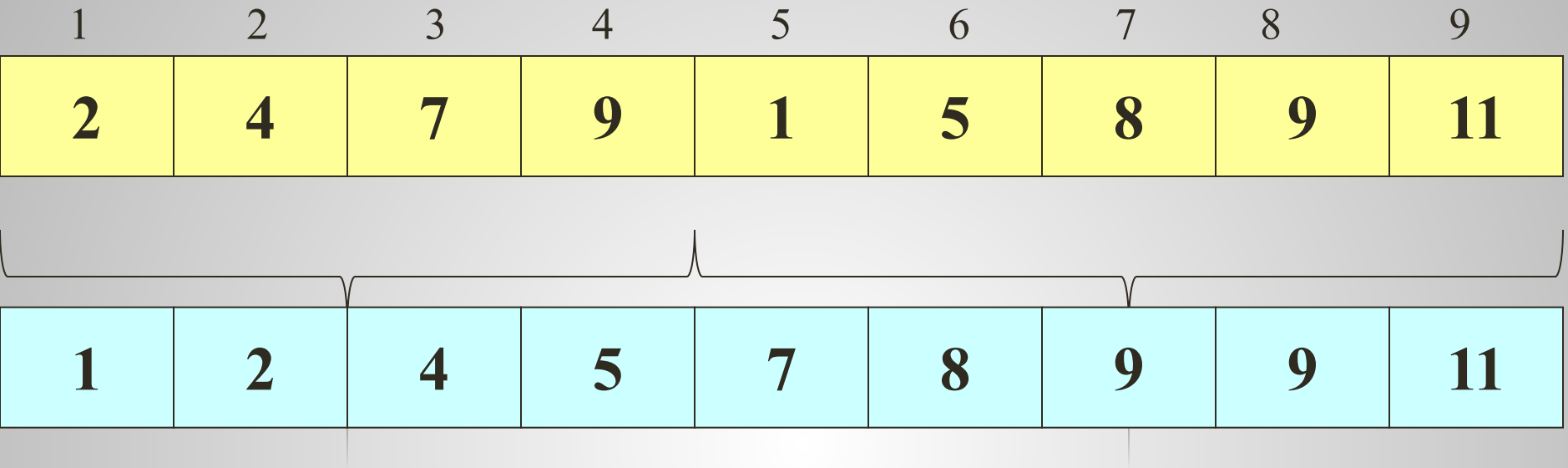
MergeSort (1,9)

MergeSort (1,4)

MergeSort (5,9)



# Merge Sort

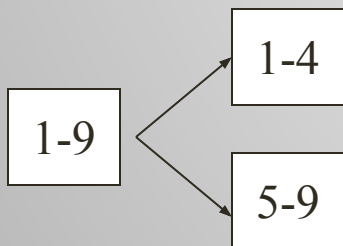


MergeSort (1,9)

MergeSort (1,4)

MergeSort (5,9)

Intercalar (1,4,5,9)



# Merge Sort

El método **intercalar** se implementa utilizando la misma estrategia que hemos propuesto antes para intercalar **dos** estructuras ordenadas, solo que ahora se intercalan las dos mitades de **una** estructura.

Recordemos que al intercalar dos estructuras se genera una tercera en la cual los elementos se agregan al final.

En la implementación en Java este método es privado, solo es accesible dentro de la clase.



# Merge Sort

## Algoritmo Intercalar

DE  $i_1, n_1, i_2, n_2$

crear aux con  $n_2 - i_1 + 1$  elementos

$ini = i_1$  //para recordar donde empiezo

mientras  $i_1 \leq n_1$  y  $i_2 \leq n_2$

si  $T_{i_1}$  es menor que  $T_{i_2}$

agregar  $T_{i_1}$  al final de aux

$i_1++$

sino

agregar  $T_{i_2}$  al final de aux

$i_2++$

...

# Merge Sort

## Algoritmo Intercalar *(continuación)*

...

mientras  $i_1 \leq n_1$

agregar  $T_{i_1}$  al final de aux

$i_1++$

mientras  $i_2 \leq n_2$

agregar  $T_{i_2}$  al final de aux

$i_2++$

*//copiar en el arreglo original*

$i_1 = ini - 1$

para  $i$  entre 1 y  $n_2 - i_1$

$T_{i_1+i} = aux_i$

# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	4	7	9	5	11	1	8	3

Algoritmo MergeSort  
DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$   
intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

**Mitad = (ini+fin) / 2**

MergeSort ini,Mitad-1

MergeSort Mitad,fin

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

ini	fin
1	9

MergeSort(1,9)

1-9

# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	4	7	9	5	11	1	8	3

Algoritmo MergeSort  
DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$   
intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

**Mitad = (ini+fin) / 2**

MergeSort ini,Mitad-1

MergeSort Mitad,fin

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

ini	fin	mitad
1	9	5

MergeSort(1,9)

1-9

# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	4	7	9	5	11	1	8	3

Algoritmo MergeSort  
DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$   
intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

Mitad =  $(ini+fin) / 2$

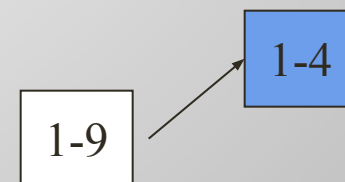
**MergeSort** ini,Mitad-1

MergeSort Mitad,fin

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

ini	fin	mitad
1	9	5
1	4	

MergeSort(1,9)



# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	4	7	9	5	11	1	8	3

Algoritmo MergeSort  
DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$   
intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

**Mitad = (ini+fin) / 2**

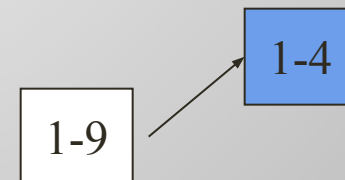
MergeSort ini,Mitad-1

MergeSort Mitad,fin

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

ini	fin	mitad
1	9	5
1	4	3

MergeSort(1,4)



# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	4	7	9	5	11	1	8	3

Algoritmo MergeSort

DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$

intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

Mitad =  $(ini+fin) / 2$

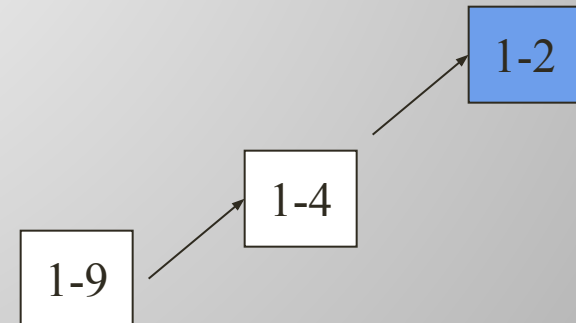
**MergeSort** ini,Mitad-1

MergeSort Mitad,fin

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

ini	fin	mitad
1	9	5
1	4	3
1	2	

MergeSort(1,4)



# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	8	7	9	5	11	1	8	3

Algoritmo MergeSort

DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$   
intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

Mitad =  $(ini+fin) / 2$

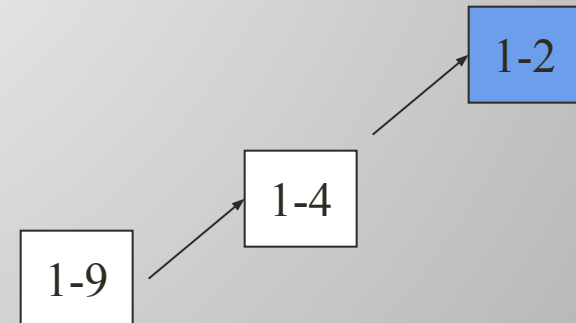
MergeSort ini,Mitad-1

MergeSort Mitad,fin

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

ini	fin	mitad
1	9	5
1	4	3
1	2	

MergeSort(1,2)





# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	8	7	9	5	11	1	8	3

Algoritmo MergeSort  
DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$   
intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

Mitad =  $(ini+fin) / 2$

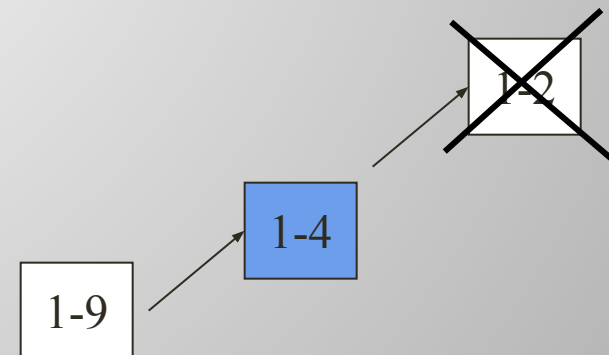
MergeSort ini,Mitad-1

**MergeSort Mitad,fin**

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

ini	fin	mitad
1	9	5
1	4	3

MergeSort(1,4)



# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	8	7	9	5	11	1	8	3

Algoritmo MergeSort

DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$

intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

Mitad =  $(ini+fin) / 2$

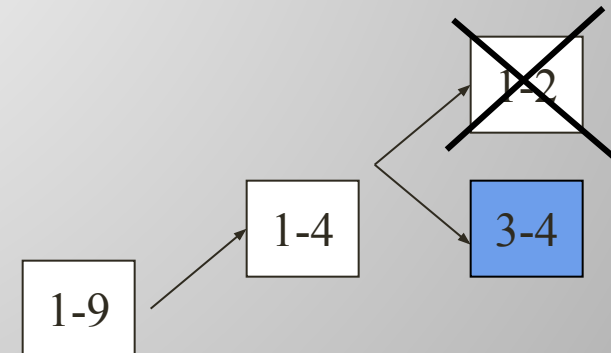
MergeSort ini,Mitad-1

**MergeSort Mitad,fin**

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

ini	fin	mitad
1	9	5
1	4	3
3	4	

MergeSort(3,4)



# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	8	7	9	5	11	1	8	3

Algoritmo MergeSort

DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$

intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

Mitad =  $(ini+fin) / 2$

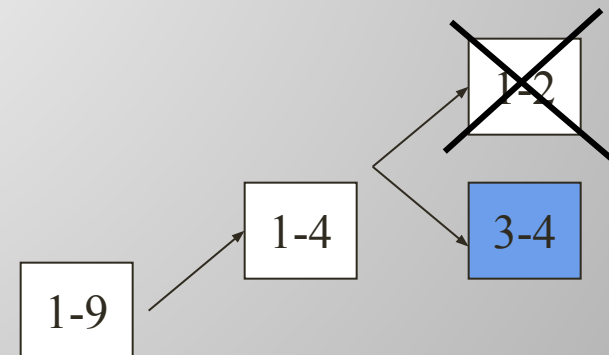
MergeSort ini,Mitad-1

MergeSort Mitad,fin

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

ini	fin	mitad
1	9	5
1	4	3
3	4	

MergeSort(3,4)



# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	8	7	9	5	11	1	8	3

Algoritmo MergeSort  
DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$   
intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

Mitad =  $(ini+fin) / 2$

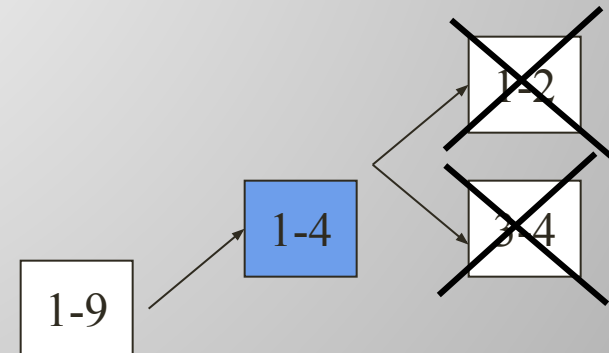
MergeSort ini,Mitad-1

**MergeSort Mitad,fin**

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

ini	fin	mitad
1	9	5
1	4	3

MergeSort(1,4)



# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	8	7	9	5	11	1	8	3

Algoritmo MergeSort  
DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$   
intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

Mitad =  $(ini+fin) / 2$

MergeSort ini,Mitad-1

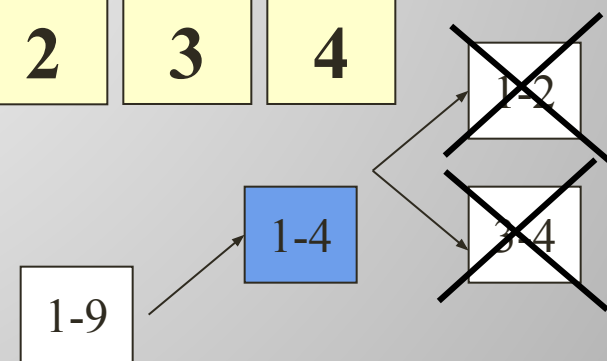
MergeSort Mitad,fin

**Intercalar** ini,Mitad-1,Mitad,fin

MergeSort(1,4)

ini	fin	mitad
1	9	5
1	4	3

i1	n1	i2	n2
1	2	3	4



# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	7	8	9	5	11	1	3	8

Algoritmo MergeSort  
DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$   
intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

Mitad =  $(ini+fin) / 2$

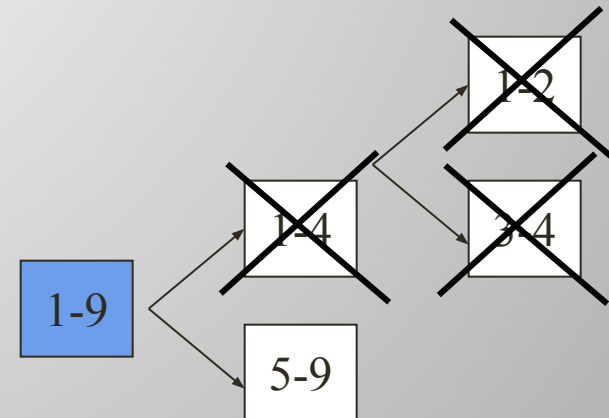
**MergeSort** ini,Mitad-1

MergeSort Mitad,fin

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

ini	fin	mitad
1	9	5

MergeSort(1,9)



# Merge Sort

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	7	8	9	5	11	1	3	8

Algoritmo MergeSort  
DE ini,fin

si  $ini+1 = fin$

si  $T_{ini}$  es mayor que  $T_{fin}$   
intercambiar  $T_{ini}$ ,  $T_{fin}$

sino si  $ini < fin$

Mitad =  $(ini+fin) / 2$

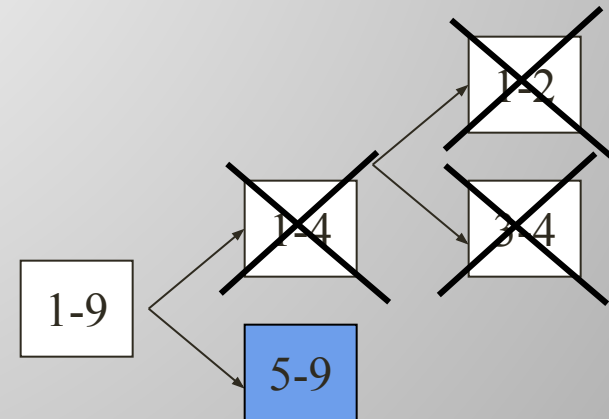
**MergeSort** ini,Mitad-1

MergeSort Mitad,fin

Intercalar ini,Mitad-1,Mitad,fin

ini	fin	mitad
1	9	5
5	9	7

MergeSort(1,9)



# Ordenamiento: Quick Sort

El método de Quick Sort consiste en acomodar un elemento llamado **Pivot** en su posición definitiva y luego ordenar la estructura que queda a su izquierda y la que queda a su derecha.

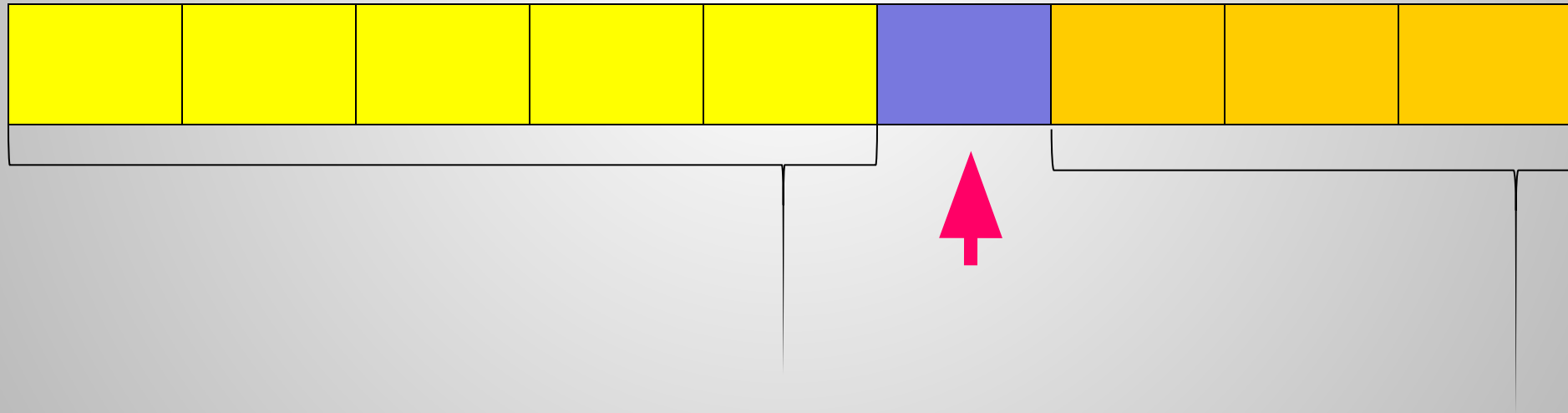
Todos los elementos en posiciones menores al Pivot son menores que él.

Todos los elementos en posiciones mayores al Pivot son mayores que él.

Las dos estructuras se ordenan aplicando el mismo método.



# Ordenamiento: Quick Sort



# Ordenamiento: Quick Sort

Acomodar un elemento llamado Pivot

Ordenar a la izquierda del Pivot

Ordenar a la derecha del Pivot

# Ordenamiento: Quick Sort

Algoritmo QuickSort

si hay más de un elemento

Acomodar Pivot

QuickSort a la izquierda del Pivot

QuickSort la derecha del Pivot

# Ordenamiento: Quick Sort

Algoritmo QuickSort

DE ini,Fin

si ini < fin

pospivot ← AcomodarPivot ini,fin

QuickSort ini, pospivot-1

QuickSort pospivot+1, fin

Es un algoritmo genérico, no depende del tipo de los elementos.

# Ordenamiento: Quick Sort

Algoritmo AcomodarPivot

DE ini,fin

DS pos

pos  $\leftarrow$  avanzar ini,fin

# Ordenamiento: Quick Sort

Algoritmo avanzar

DE izq, der

DS  $posPiv$

si  $izq \geq der$

$posPiv \leftarrow izq$

sino

si  $T_{izq} \geq T_{izq+1}$

intercambiar  $izq$   $izq+1$

$posPiv \leftarrow$  avanzar  $izq+1, der$

sino

$posPiv \leftarrow$  retroceder  $izq, der$

# Ordenamiento: Quick Sort

Algoritmo retroceder

DE izq, der

DS  $posPiv$

si  $izq \geq der$

$posPiv \leftarrow izq$

sino

si  $T_{izq} \leq T_{der}$

$posPiv \leftarrow retroceder(izq, der-1)$

sino

intercambiar  $izq+1, der$

$posPiv \leftarrow avanzar(izq, der-1)$

Es un algoritmo genérico, no depende del tipo de los elementos.

# TDA Matriz Racionales



# TDA Matriz Racionales

*Implementar un TDA MatrizRac que brinde operaciones para calcular el producto de un escalar por una matriz, la suma de dos matrices, establecer la matriz identidad, decidir si una matriz es cuadrada, decidir si una matriz es la matriz identidad, decidir si es una matriz simétrica.*

*La matriz se representa mediante un arreglo de dos dimensiones de números racionales*

*La clase que encapsula al arreglo brinda operaciones para establecer y obtener un elemento y para comparar, copiar y clonar matrices.*

# TDA Racional

Requiere  $d > 0$

## Racional

<<atributos de instancia>>

num: entero

den: entero

<<Constructor>>

Racional (n: entero, d: entero)

<<Comandos>>

establecerNum(n: entero)

establecerDen(d: entero)

copy(r: Racional)

<<Consultas>>

obtenerNum(): entero

obtenerDen(): entero

toString(): String

equals(rac: Racional): boolean

clone(): Racional

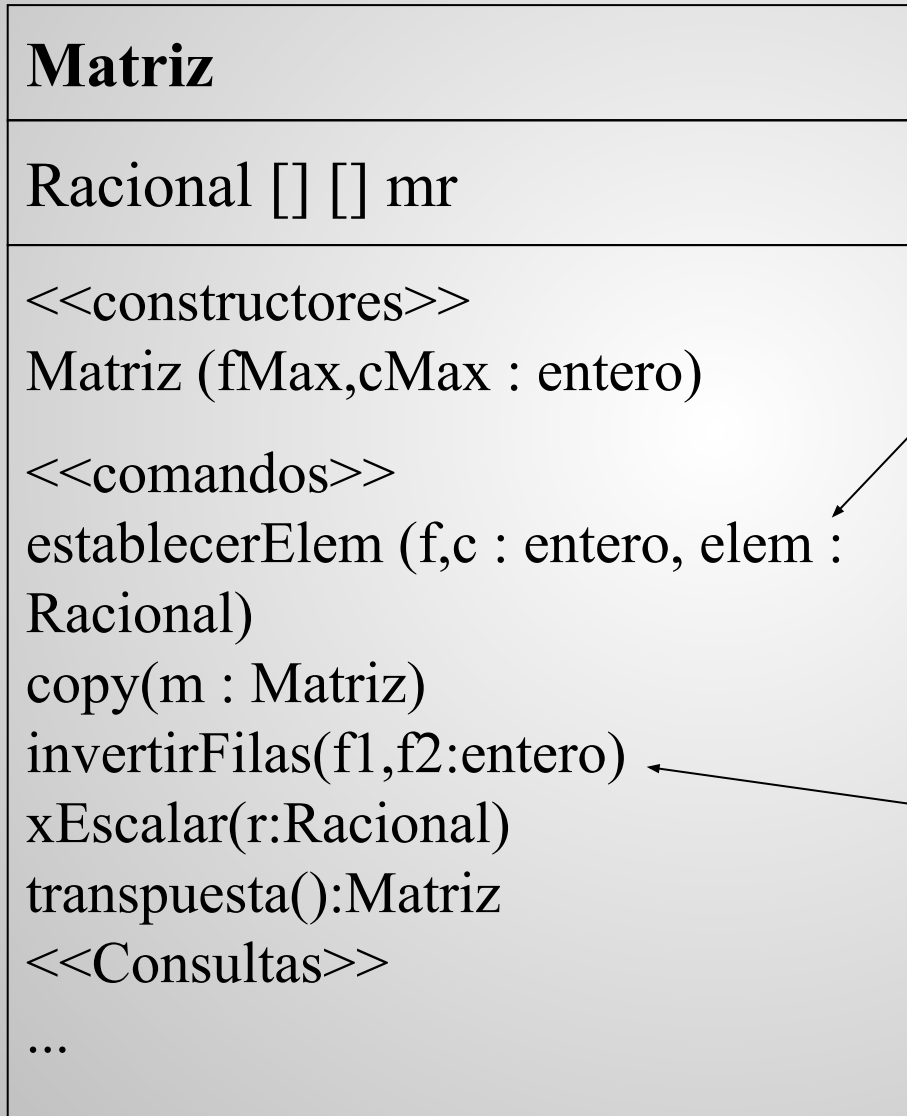
suma(rac: Racional): Racional

resta(rac: Racional): Racional

producto(rac: Racional): Racional

cociente(rac: Racional): Racional

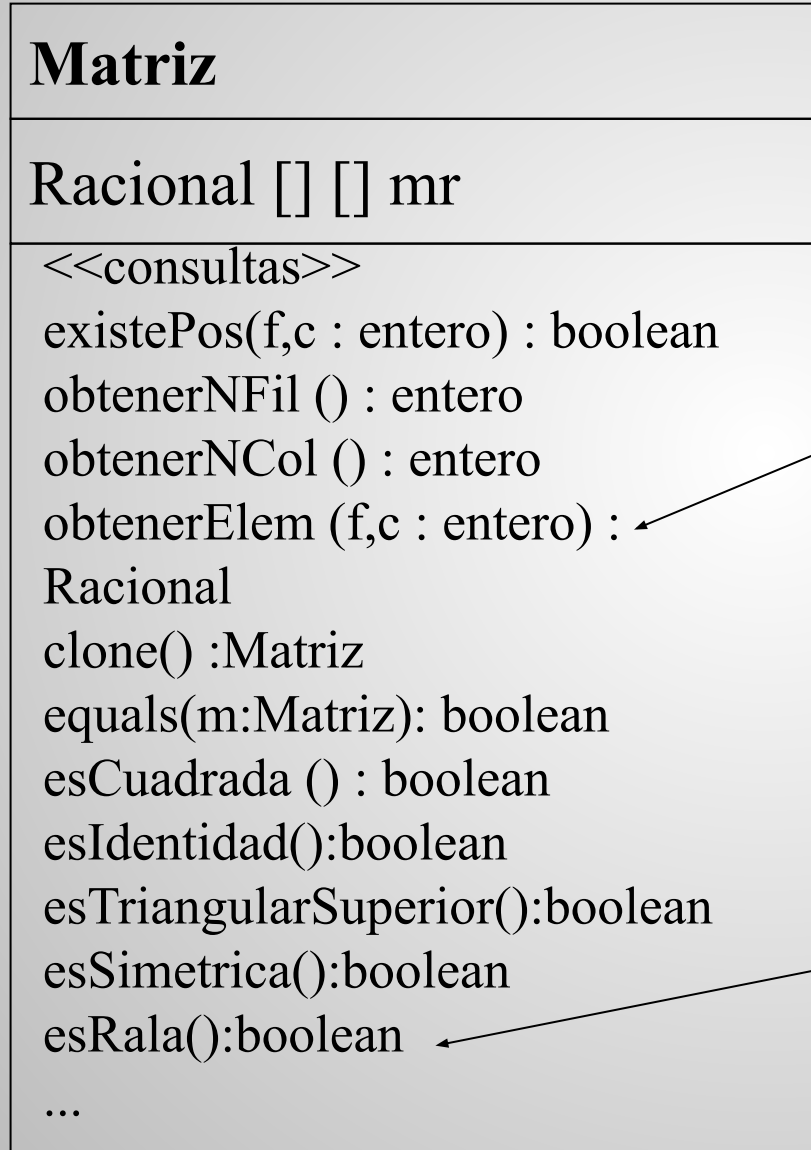
# TDA Matriz Racionales - Diseño



Asume que la posición es válida

Asume que se verificó que f1 y f2 son válidas

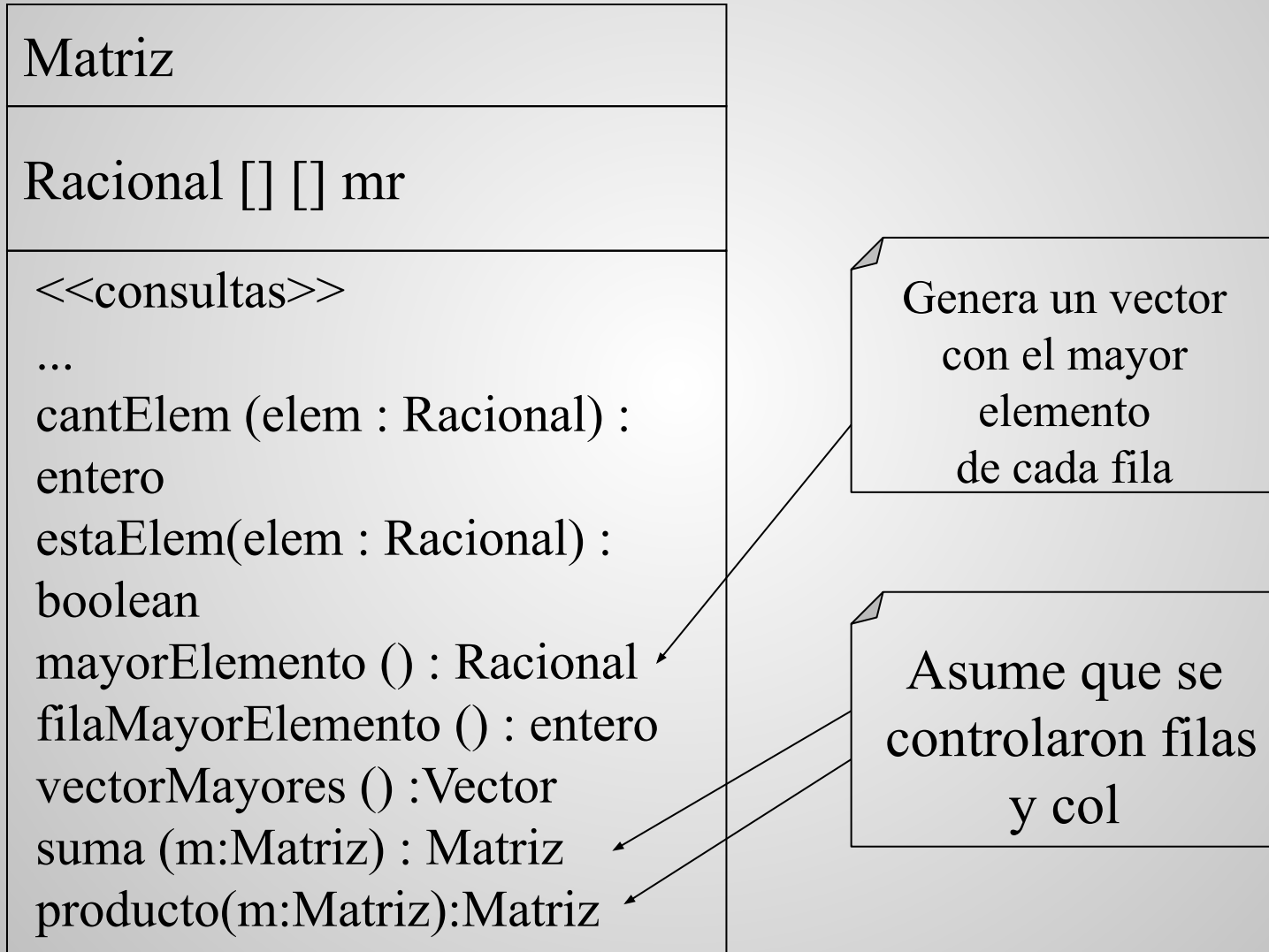
# TDA Matriz Racionales - Diseño



Asume que la posición es válida

Más de la mitad de los elementos son 0

# TDA Matriz Racionales - Diseño



# TDA Matriz Racionales – Multiplicación de Matrices

- Dadas dos matrices A ( $m \times n$ ) y B ( $n \times p$ ), tales que el número de columnas de la matriz A es igual al número de filas de la matriz B.
- El resultado de AB es una nueva matriz C ( $m \times p$ ).

$$C = AB = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{np} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + \cdots + a_{1n}b_{n1} & \cdots & a_{11}b_{1p} + \cdots + a_{1n}b_{np} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}b_{11} + \cdots + a_{mn}b_{n1} & \cdots & a_{m1}b_{1p} + \cdots + a_{mn}b_{np} \end{pmatrix}$$

$$C_{i,j} = a_{i,1}b_{1,j} + \dots + a_{i,n}b_{n,j} = \Sigma(a_{i,k} b_{n,j}) \text{ para } k=1 \text{ hasta } k=n$$

# TDA Matriz Racionales - Implementación

```
public Matriz producto(Matriz b){  
    Matriz c = new Matriz(this.obtenerNfil(),  
b.obtenerNcol())  
    for(int i = 0; i < c.obtenerNfil() ; i++){  
        for(int j = 0; j < c.obtenerNcol() ; j++){  
  
            //multiplicar fila i por columna j  
  
        }  
    }  
    return c;  
}
```

# TDA Matriz Racionales - Implementación

*//multiplicar fila i por columna j*

```
_____ acumulador = _____ 0.0 _____;  
for (int n = 0; n < this.obtenerNcol() ; n++){  
    _____ prod = this.obtenerElem(i,  
n) _____ X _____ (b.obtenerElem(n,j);  
    acumulador = acumulador _____ + _____ (prod) ;  
    }  
c.establecerElem(i,j, acumulador);
```



# TDA Matriz Racionales - Implementación

*//multiplicar fila i por columna j*

```
Racional componente = new Racional(0,1);
for (int n = 0; n < this.obtenerNcol() ; n++){
    Racional prod = this.obtenerElem(i,
n).producto(b.obtenerElem(n,j);
    componente = componente.suma(prod) ;
}
c.establecerElem(i,j, Componente);
```